



УДК 539.374

Т.В. Бровман
ФГБОУ ВПО «Тверской государственный
технический университет»
г. Тверь, Россия
E-mail: brovman@mail.ru
Дата поступления 07.06.2021

ЭНЕРГОСИЛОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВДАВЛИВАНИЯ В ЗАГОТОВКУ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО И ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПУАНСОНОВ

Аннотация

Во многих задачах обработки давлением нельзя найти точное решение системы уравнений теории пластичности, в таких задачах применяют метод «верхней оценки усилий» - метод построения кинематически допустимых полей скоростей. Решение задач о вдавливании прямоугольного и цилиндрических пуансонов с помощью экстремальных принципов теории пластичности позволили получить значение усилий деформации с точностью достаточной для решения практических задач.

Ключевые слова: штамп, вдавливание, верхняя оценка, мощность.

Введение

Точное решение не удается получить при определении усилий вдавливания пуансона в деформируемую заготовку при штамповке, вытяжке, клеймении, поэтому, широко используют методы построения кинематически допустимых полей скоростей и статически допустимых полей напряжений, определяющих, соответственно, верхнюю и нижнюю оценки величин мощности и усилия, необходимых для деформации. В работах В. Авицура, Бердичевского В.Л. [1-2] рассмотрен ряд кинематически допустимых полей скоростей с граничными линиями в виде прямых и дуг окружностей. Точные решения получены только при плоской деформации с применением метода характеристик [3, 4].

В задачах о вдавливании пуансонов принято, что пластическая деформация происходит вблизи пуансона, остальной объем заготовки остается жестким.

Для плоской деформации возможны два типа решений: в первом из них происходит течение металла вдоль поверхности пуансона, а во втором часть деформируемого металла перемещается совместно с пуансоном, скольжения между ними нет и реализуется зона прилипания по всей поверхности пуансона.

Согласно гипотезе Хаара - Кармана при осевой симметрии для применения этого метода необходимо вводить дополнительное допущение о равенстве двух главных напряжений. По принятому кинематически допустимому полю скоростей, используя условие пластичности и часть уравнений равновесия, можно определить все компоненты тензора напряжений и на основе расчетов определить мощность и усилие деформации. Если удалось построить и статически допустимое поле напряжений, то имеем двухстороннюю оценку. Задачей расчета является выбор параметров таким образом, чтобы в наибольшей степени приблизиться к точному решению, т.е. минимизировать величину мощности.

Основная часть

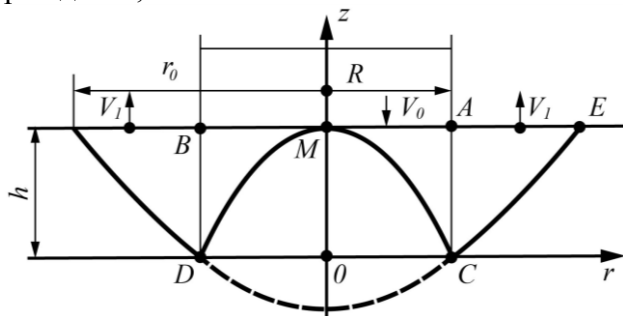
Рассмотрим кинематически допустимое поле скоростей при вдавливании цилиндрического пуансона радиусом R в полупространство со скоростью $V_z = -V_0$, рисунок 1.

Для варианта поля скоростей (рисунок 1а) в цилиндрической системе координат r, z компоненты вектора скорости равны $V_r = \frac{V_0 R^2}{2rh}$; $V_z = -V_0$ в области АСМ ($r < R$) и $V_r = \frac{V_0 R^2}{2rh}$; $V_z = V_0$ в области АСЕ ($r \geq R$). На границе зон при $r = R$

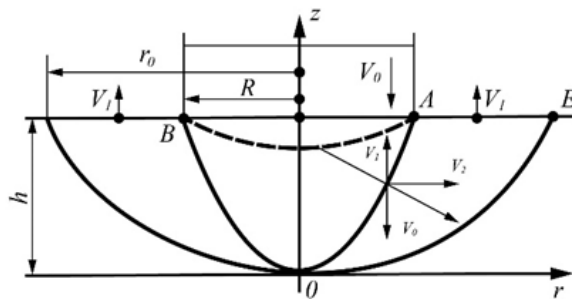
нормальная компонента (V_r) непрерывна, а тангенциальная ее компонента терпит разрыв, равный ($V_1 + V_1$). Ниже поверхности МСЕ материал является жестким, уравнения линии ДМС – $z = h \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$, а $CE - z = \frac{h}{u_1^2 - 1} \left(-1 + \frac{r^2}{R^2}\right)$. Из условия несжимаемости параметр $u_1 = \frac{r_0}{R}$ определяет внешнюю границу пластической зоны: $V_0 = V_1(u_1^2 - 1)$, рисунок 1а. Мощность формоизменения в зоне МСУФМ равна:

$$N_1 = \int_0^h dz \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} 2kr H dr,$$

где h - высота зоны пластической деформации; $H = \frac{V_0 R^2}{r^2 h}$ - интенсивность тензора скорости деформации; k - предел текучести при сдвиге;



а



б

Рисунок 1. Кинематически допустимые поля скоростей при вдавливании цилиндрического пуансона радиусом R : а - со скольжением деформируемого металла относительно цилиндрической поверхности пуансона; б - с жесткой зоной, примыкающей к поверхности пуансона

Мощность трения на площади круга ВМА, рисунка 1а:

$$N_5 = \int_0^R 2\pi r \psi k V_r R^2 \left(\frac{0,5\psi}{u_2}\right),$$

где ψk – напряжение трения при $z = h$; ψ – постоянная, характеризующая трение,

Коэффициент напряженного состояния:

$$n_\sigma = \frac{p}{2k} = \frac{u_1^2 \ln u_1}{u_1^2 - 1} + \frac{0,5(u_1 + \psi)}{u_2} + \frac{u_1^2 u_2 (5u_1 + 7)}{3(u_1 + 1)(u_1^2 - 1)} \quad (1)$$

При минимальном трении $\psi = 0$, условия $\frac{\partial n_\sigma}{\partial u_1} = 0$ и $\frac{\partial n_\sigma}{\partial u_2} = 0$ определены величины $u_1 = 1,65$; $u_2 = 0,52$; $n_\sigma = 3,96$.

$$\varphi_1 = R \sqrt{1 - \frac{z}{h}}; \varphi_2 = R \sqrt{1 + (u_1^2 - 1) \frac{z}{h}}$$

Согласно расчетам мощность формоизменения в зоне МСУФМ:

$$N_1 = 2\pi k V_0 R^2 - \frac{u_1^2}{u_1^2 - 1} \ln u_1.$$

Мощность среза вдоль поверхности параболоида ДМС:

$$N_2 = 2\pi k V_0 R^2 \left(\frac{0,5}{u_2} + \frac{2}{3} u_2\right).$$

Мощность среза вдоль поверхности СЕ:

$$N_3 = 2\pi k V_0 R^2 \left[\frac{u_1 - 1}{8} + \frac{2}{3} \frac{u_2 (u_1^3 - 1)}{(u_1^2 - 1)^2}\right],$$

Мощность среза вдоль цилиндра АС:

$$N_4 = 2\pi k R (V_0 + V_1) = 2\pi k V_0 R^2 \frac{u_1^2 u_2}{u_1^2 - 1}.$$

варьируемая $0 < \psi \leq 1$; $u_1 = \frac{r_0}{R}$; $u_2 = \frac{h}{R}$ – безразмерные параметры.

Полная мощность деформации, зависит от выбираемых параметров из условия минимума мощности:

$$N = p V_0 \pi R^2 = \sum_{i=1}^5 N_i,$$

где p – среднее давление на торцевой поверхности вдавливаемого цилиндра.

При максимальном трении $\psi = 1$; $u_1 = 1,75$; $u_2 = 0,7$; $n_\sigma = 4,78$, влияние трения составляет 20%.

На рисунке 1б показана схема поля скоростей, при котором область ОВА, является жесткой, перемещается совместно с пуансоном со скоростью $V_z = -V_0$; $V_r = 0$. В зоне ОАЕО $V_r = \frac{C}{r}$, $V_z = V_1 = \frac{V_0}{u_1^2 - 1}$, где C – постоянная.

Из условия непрерывности проекции компоненты скорости на нормаль к поверхности ВОА определяем, что эта поверхность является параболоидом:

$$z = h \frac{r^2}{R^2}; C = \frac{V_0 R^2 u_1^2}{2h(u_1^2 - 1)}.$$

Мощность среза на поверхности параболоида ВОА при разрыве тангенциальной компоненты скорости

$$\Delta V = \frac{(V_0 + V_1)R^2}{2rh} \sqrt{1 + \frac{4r^2 h^2}{R^4}};$$

$$N_1 = 2\pi k V_0 R^2 \left[\frac{0,5u_1^2}{u_2(u_1^2 - 1)} + \frac{2}{3} \frac{u_1^2 u_2}{(u_1^2 - 1)} \right],$$

мощность среза вдоль параболоида ОЕ:

$$N_2 = 2\pi k V_0 R^2 \left[\frac{0,5u_1^3}{u_2(u_1^3 - 1)} + \frac{2}{3} \frac{u_1^2 u_2}{(u_1^2 - 1)} \right].$$

Мощность формоизменения в кольцевой зоне ОАЕО:

$$N_3 = \int_0^h dz \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} 2\pi r k \left(\frac{2C}{r^2} \right) dr = 2\pi k V_0 R^2 \frac{u_1^2 \ln u_1}{u_1^2 - 1},$$

где $\varphi_1 = R \sqrt{\frac{z}{h}}$; $\varphi_2 = u_1 R \sqrt{\frac{z}{h}}$, из этого соотношения находим величину n_σ :

$$n_\sigma = \frac{u_1^2 \ln u_1}{u_1^2 - 1} + \frac{u_1^2}{2u_2(u_1 - 1)} + \frac{2u_1 u_2}{3(u_1 - 1)} \quad (2)$$

Коэффициент напряженного состояния имеет экстремум при $u_1 = 2,35$; $u_2 = 1,33$ равный $n_\sigma = 4,11$.

Усилие деформации, определенное согласно полю скоростей на рисунке 1б и формуле (2), зависит от величины трения.

На рисунке 2 приведены графики функций $n_\sigma(\psi)$ для поля по рисунку 1а – сплошная линия, для поля по рисунку 1б – пунктир.

Из двух кинематически допустимых полей скоростей следует выбрать то, которое дает меньшую величину усилия.

При $\psi \leq 0,17$ поле, соответствующее схеме рисунка 1а, определяет меньшую величину n_σ . При $\psi > 0,17$ необходимо принять схему по рисунку 1б с жесткой зоны у торца пуансона.

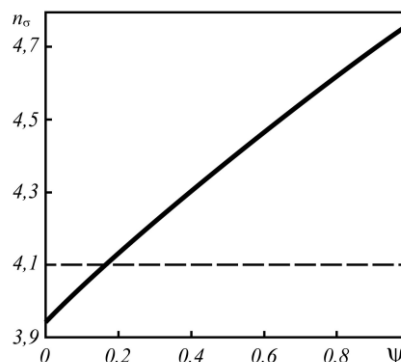


Рисунок 2. График $n_\sigma(\psi)$ сплошная линия для поля по рисунку 1а; пунктир – для поля по рисунку 1б

Для определения нижней оценки величины усилия и мощности построим статически допустимое поле напряжений в виде: $\sigma_r = \sigma_\theta = -p = const$; $\tau_{rz} = 0$ при $0 \leq r \leq R$.

В цилиндре, примыкающем к штампу, радиальное давление p_0 действует на выделенный цилиндр радиусом R по всей его длине, в этом случае:

$$\sigma_z = -p_0 - k\sqrt{3}. \quad (3)$$

В остальном объеме полупространства при $R < r < \infty$ принимаем статически допустимое поле напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$ такое, что всюду $\tau_{rz} = \sigma_z = 0$.

При $r = R, \sigma_r = -p_0$ следует выбрать напряжение так, чтобы величина p_0 была максимальной.

При $\sigma_z = 0$ второй инвариант тензора напряжений равен $T = \sigma_r - \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 = 3k^2$, причем это будет иметь место

$$\text{при } \sigma_\theta = 0,5\sigma_r = -0,5p_0,$$

когда $\frac{3}{4}p_0^2 = 3k^2, p_0 = 2k$ и из (3) следует, что в области

$$0 = r = R \quad \sigma_z = -k(2 + \sqrt{3}), \text{ а давление } p = 3,73k, n_\sigma = 1,86.$$

Принимаем, что при $r > R$ всюду $\sigma_\theta = 0,5\sigma_r$, получим из уравнения равновесия (с краевым условием при $r = R$)

$$\sigma_r = -p_0 \sqrt{\frac{R}{r}}; \quad \sigma_\theta = -0,5p_0 \sqrt{\frac{R}{r}}.$$

При этом инвариант $T = \sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 = 3k^2 \frac{R}{r}$ равен $3k^2$ только при $r = R$, а при $r > R$ он меньше этой величины, т.е. выполняется неравенство текучести $T \leq 3k^2$.

Так как выполнены краевые условия для напряжений, уравнения равновесия и неравенство текучести, то данное поле напряжений является статически допустимым.

Таким образом, для вдавливания гладкого цилиндрического пуансона определена двусторонняя оценка $1,86 \leq n_\sigma \leq 3,96$ или $2,15\sigma_T \leq p \leq 4,6\sigma_T$, где σ_T – предел текучести при одностороннем растяжении – сжатии.

Рассмотрим задачу о вдавливании в заготовку пуансона прямоугольного сече-

ния размерами $H \times l \times L$, построим кинематически допустимое поле скоростей для деформации, происходящей только на части заготовки толщиной H_1 , рисунок 3. Жёсткая зона ABC движется совместно со штампом со скоростью v_0 , а участки левее AC и правее BC движутся как жёсткие тела со скоростями $v_1 = v_0 \frac{l}{2H_1}$ в горизонтальном направлении. На рисунке 3а пунктиром показаны граничные линии жёстких зон, на рисунке 3б - положение скоростей на плоскости AC .

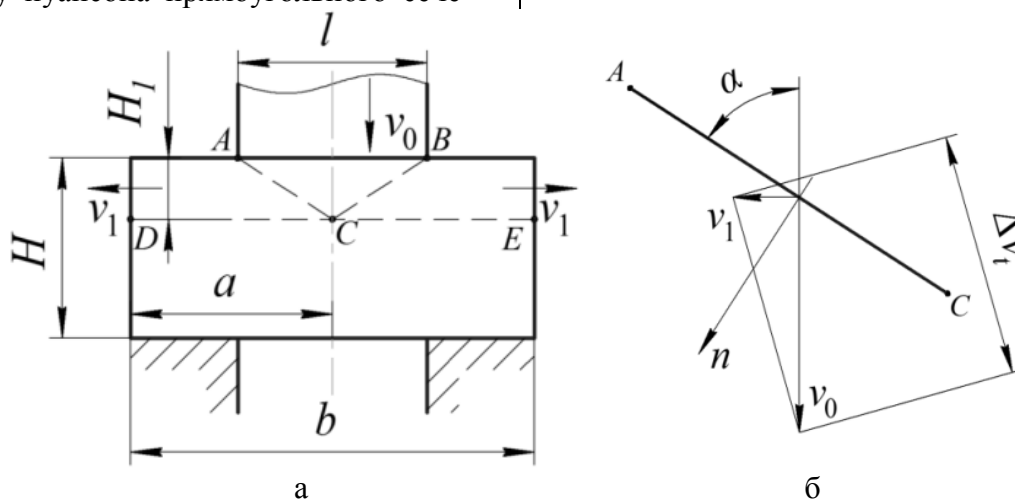


Рисунок 3. Схема кинематически допустимого поля скоростей при вдавливании пуансона прямоугольного сечения:

- а – при деформации на части толщины деформируемой заготовки;
- б – схема скоростей жёстких зон

Условие равенства нормальных компонент скоростей на границе жёстких зон AC определяет:

$$v_1 \sin(90 - \alpha) = v_0 \sin \alpha, \text{ или } v_1 \cos \alpha = v_0 \sin \alpha, \text{ откуда } v_1 = v_0 \operatorname{tg} \alpha.$$

Разрыв тангенциальной компоненты скорости на AC равен:

$$\Delta v_t = v_1 \cos(90 - \alpha) + v_0 \cos \alpha = v_1 \sin \alpha + v_0 \cos \alpha; \Delta v_t = v_0 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + v_0 \cos \alpha = \frac{v_0}{\cos \alpha}.$$

При длине отрезка AC равным $l_1 = \sqrt{H_1^2 + 0,25l^2}$ мощность среза на этом участке:

$$N_4 = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} v_0 \left(\frac{H_1^2 + 0,25l^2}{H_1} \right) L = \frac{\sigma_T v_0 L}{\sqrt{3}} \left(H_1 + 0,25 \frac{l^2}{H_1} \right).$$

Полная мощность среза по AC и AB составит:

$$N = 2N_4 = P \cdot v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \cdot v_0 \cdot L \left(H_1 + \frac{0,25 \cdot l^2}{H_1} \right) + \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a \cdot l \cdot L}{H_1}$$

Усилие деформации равно:

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \cdot l \cdot L \left(\frac{H_1}{l} + \frac{0,25 \cdot l}{H_1} + \frac{a}{H_1} \right).$$

Введем параметр H_1 как $m = \frac{l}{H_1}$ и определим завышенную величину усилия:

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \cdot L \cdot l \left(\frac{1}{m_{min}} + 0,25 m_{min} + \frac{a}{l} m_{min} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \cdot L \cdot l \sqrt{1 + 4 \frac{a}{l}}.$$

Если $P_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \cdot L \cdot l < \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \cdot L \cdot l \sqrt{1 + 4 \frac{a}{l}}$ или $H < l \sqrt{1 + 4 \frac{a}{l}}$, то предпочтительнее поле скоростей со срезом по всей толщине заготовки.

При условии $H > l \sqrt{1 + 4 \frac{a}{l}}$, следует принять поле скоростей с перемещением жестких зон согласно схеме на рисунке 3 - с разрывом тангенциальной компоненты скорости вдоль AC. Если реализуется поле скоростей по схеме 3а $H = 0,1$ м, $l = 0,05$ м то:

$$(H = 0,1) < \left(0,05 \sqrt{1 + \frac{0,8}{0,05}} = 0,206 \right).$$

Поле, аналогичное приведенному на рисунке 3 может использоваться и при осесимметричной деформации, при этом линии AC и BC не могут быть прямыми, жесткая зона может иметь при этом форму параболоида.

Построенные поля скоростей применимы и для случая, когда пуансон имеет форму части цилиндра или сегмента, который иллюстрирует рисунок 4. Здесь пуансон с торцевой поверхностью в форме сектора ABE, и поле скоростей, аналогичное рисунку 1б, реализуется в пределах сектора с углом α .

В результате расчета получаем:

$$n_\sigma = n_{\sigma_0} + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{4}{3} u_2 + \frac{u_1^2 - 1}{12u_2^2} + \frac{\varphi}{u_1^2 - 1} \right),$$

где функция

$$\varphi = \left(\frac{4}{3} u_1 u_2 - \frac{u_1^3}{6u_2} \right) \sqrt{1 + \frac{u_1^2}{4u_2^2}} - \left(\frac{4}{3} u_2 - \frac{1}{6u_2} \right) \sqrt{1 + \frac{1}{4u_2^2}} - u_1^2 \ln \left(\sqrt{1 + \frac{u_1^2}{4u_2^2}} + \frac{u_1}{2u_2} \right) + \ln \left(1 + \frac{1}{4u_2^2} + \frac{1}{2u_2} \right)$$

и где n_{σ_0} - выражение, соответствующее формуле (2).

Например, при деформации детали пуансоном с торцевым сечением в форме полукруга $\alpha = \pi$, $n_{\sigma_0} = 4,4$. Однако для секторов с малыми величинами α верхняя оценка становится все более завышенной с уменьшением α , поскольку принятая схема радиального течения не учитывает выпучивания материала у прямоугольных границ

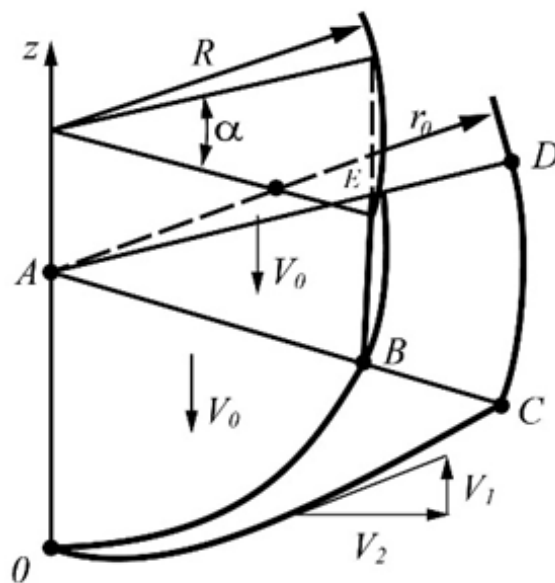


Рисунок 4. Схема кинематически допустимого поля скоростей для пуансона сечением в форме сектора ABE

Часть параболоида OABE перемещается со штампом как жесткое тело, а зоне OCDEB материал испытывает радиальное течение и выдавливается вверх (вдоль оси z).

При расчете мощности, кроме величин, рассмотренных выше, необходимо учесть мощность среза по двум плоским участкам OAB на гранях двугранного угла, где разрыв тангенциальной компоненты скорости равен $\sqrt{V_r^2 + V_1^2}$.

сектора, что при малых α становится преобладающим.

Заключение

При определении напряжений и усилий, необходимых для реализации процессов обработки давлением используют методы теории пластичности и три основных направления решения инженерных задач:

совместное решение приближенных дифференциальных уравнений равновесия и пластичности, метод построения полей линий скольжения и получение решения, отвечающего минимуму полной энергии деформации с использованием вариационных принципов. При пластической деформации нижняя граница определена условием $\sigma_n \geq \sigma_T$ (или $\sigma_n \geq 2k$), где σ_n – нормальное напряжение, которое обычно не может быть меньше, чем σ_T . Поле скоростей по рисунку 1а аналогично решению Р.Хилла для плоской деформации при скольжении деформируемого металла по поверхности пуансона. Поле по рисунку 1б аналогично решению Л. Прандля с прилипанием жесткой зоны к пуансону. Действительное поле скоростей отличается от других кинематически возможных тем, что сообщает полной мощности минимальное значение.

Для вдавливания цилиндрического и прямоугольных пуансонов построены кинематически допустимые поля скоростей и напряжений, определены верхняя и нижняя границы усилий. Показано, что построенное поле скоростей является допустимым для пуансонов с сечениями прямоугольной,

цилиндрической и форме сектора. Это решение действительно и в случае, если форма торца пуансона отличается от плоской, пунктир на рисунке 1б, но поверхность находится внутри жесткого параболоида ОАВ.

Библиографический список

1. Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошной среды. М.: Наука. 1983. 447с.
2. Авицур В. Формоизменение кольца: метод верхней оценки. Часть I // Конструирование и технология машиностроения. М.: Мир. 1982. №3. С.126-132.
3. Бровман М.Я. Применение теории пластичности в прокатке. 2-е издание. М.: Металлургия, 1991. 265 с.
4. Бровман М.Я. Особенности пластической деформации при прошивке // Обработка металлов давлением. Сборник научных трудов ДГМА, г. Краматорск, 2013. №3(36). С. 10.
5. Шинкин В.Н. Механика сплошных сред для металлургов. М: Изд. Дом МИСиС, 2014. 628 с.

Information about the paper in English

T.V. Brovman
Tver State Technical University
Tver, Russia
E-mail: brovman@mail.ru
Received 07.06.2021

ENERGY PARAMETERS OF INDENTING CYLINDRICAL AND RECTANGULAR FORMING DIES INTO BLANKS

Abstract

It is not possible to find an accurate solution to a set of equations of the theory of plasticity in many problems of metal forming. In such cases we apply an upper-bound method of forces – a method of building kinematically admissible velocity fields. By solving problems of indenting rectangular and cylindrical forming dies, using extremum principles of the theory of plasticity, it is possible to calculate deformation forces with an estimate fairly close for solving practical problems.

Keywords: forming die, indenting, upper bound, power.
